

はじめに

筆者は、長年航空機の飛行制御設計に携わってきた。もう45年以上にもなる。飛行制御システムとは、航空機がいかなる飛行条件の下でも、安定した飛行を実現しなくてはならない。しかもパイロットが操縦しやすいことが要求される。地上の乗り物のように調子が悪ければ一時停止することも許されない過酷なシステムである。筆者が最初に本格的な設計担当になったのは30歳代前半である。日本初の不安定な機体をコンピュータ制御によって安定に飛行するフライ・バイ・ワイヤ（FBW）システムを搭載したT-2CCV研究機の飛行制御則の設計担当になった。CCVとは、コントロール・コンフィギュアード・ビークルの略で、制御システムが航空機の形状を決めるという意味である。従来の航空機は、空力（くうりき）グループが空気力学的な観点から最適な機体形状を設計していたが、制御システムにより安定な飛行が実現できるようになり、空力だけでは形状を決めることができなくなった。それ以降、制御を考慮した最適な機体形状設計が行われるようになった。当時、日本にはFBWの技術はなく、米国よりも10年以上遅れており、まさに手探りの開発であった。それから5年、多くの困難の末にT-2CCV研究機が完成した。そのときの喜びはひとしおであったが、一番の成果は多くの技術者が自信を得たことであった。このときに獲得した技術は、後にF-2の開発に生かされることになる。

筆者は、T-2CCV研究機の開発で制御設計について多くのことを学んだが、その最も大きなことは、「制御の威力はすばらしい」とこと、「制御は使い方を誤ると不安定になり致命傷になりかねない」ということであった。まさに、飛行制御システムはクリティカルシステム（故障すると飛行不能となるシステム）であり、絶対に安全なシステムにする必要がある。長年このようなシステムを設計してきた経験が、少しでも将来制御システム技術者をめざす若い人たちの参考になればと考えたのが、本書をまとめる動機になっている。

従来、制御工学というと一部の専門家が扱うものと考えられてきた分野であるが、近年では制御工学なくして多くのシステム製品は動かなくなるという重要な分野となっている。まさに、技術者にとっては制御工学の知識なくして設計はで

はじめに

きない時代である。このような状況において、筆者が懸念していることを少し述べてみたいと思う。制御工学の教科書についてである。現在多くの制御工学の教科書が出版されている。しかし、その教科書の内容が実際の設計現場では使われないような解析方法や手計算レベルの例題であるため、実際の設計に応用するには向いていないという問題点がある。制御系の安定性は固有値（極）によって確認するのが最も確実であるが、制御系の特性方程式を高次方程式で表してその係数からなる式の正負から安定かどうかを判断するラウス、フルビッツの安定判別法などをいまだに詳しく説明している教科書も多い。現在では、固有値などは各自のパソコンで簡単に計算ができるようになってきている。

一方、現在では時間領域において、状態方程式といわれる行列微分方程式を直接扱っていく“現代制御”といわれる分野が主流となっている。最適制御などによってフィードバックゲインを得ることができ、応答なども良好な結果が得られるようになった。しかし、その反面、従来からの制御系解析の重要な確認項目である、根軌跡、極・零点配置の確認、安定余裕の確保などは、“古典制御”というレッテルが貼られて軽視され、実際の現場でも制御系としての安全確認作業を怠ったことによる不具合発生の要因になることが危惧されている。現在では、根軌跡などもパソコンで簡単に描くことができるので、確認しようと思えば難しい作業ではない。現代制御理論は、制御工学に新しい設計法の利用を可能にしたが、設計する際に厳しい制約があることに注意する必要がある。例えば、最適制御では制御系の状態変数のすべてをフィードバックする（これは状態フィードバックといわれる）必要がある。この場合、操作するためのアクチュエータは除いて設計する必要が生じる。また、すべての状態変数が利用できない場合に、オブザーバを利用して状態を推定することが行われるが、システムが複雑になってしまう。現代制御理論は、 H_∞ 制御や線形行列不等式 LMI (Linear Matrix Inequality) 制御など次第に難しい制御理論が展開されるようになり、一般のエンジニアには手が届かない手法になりつつあることも問題点の1つである。制御工学は、実際の設計現場で利用されることで発達してきた側面があり、あまりにも難しい制御理論は、逆に“制御離れ”の一因にならないか危惧される。

このような背景から、本書は、『コンピュータ時代の実用制御工学』と題して、簡単で実際の設計現場で役に立つ“実用的”な制御工学を学べる内容となっている。具体的には、制御系において重要な確認項目である、根軌跡、極・零点配置、安定余裕の確保などもしっかり確認したうえで、状態方程式など現代制御理論の

はじめに

良い面も取り入れ、コンピュータを利用して複雑な問題も簡単に解を得ることができる設計解析手法を、演習を通して学べるようになっている。これまで昔ながらの手計算時代の制御工学では実際の問題には役に立たなかったが、コンピュータによって手計算から解放されて、簡単に解けるようになる。本書がこれから制御設計に携わるエンジニアの方の参考になれば望外の喜びである。

最後に、本書の執筆に際しまして、特段のご尽力をいただいた技報堂出版の石井洋平氏にお礼申し上げます。

2019年11月

片柳亮二

目 次

第 1 章 制御とはどういうものなのか	1
1.1 運動を止める力是一种のフィードバック	1
1.2 制御とは運動方程式の行列 A を変化させること	6
第 2 章 ラプラス変換	7
2.1 複素数	7
2.2 ラプラス変換	8
第 3 章 伝達関数	9
3.1 伝達関数とは	9
(1) 連立微分方程式から連立 1 次方程式への変換	9
(2) 連立 1 次方程式から伝達関数へ	10
(3) 伝達関数から直接性能を評価 (ラプラス逆変換はしない)	11
3.2 安定かどうかは極で判断するのが確実	12
(1) 特性方程式と極・零点	12
(2) 時間空間とラプラス空間との関係	14
3.3 周波数特性	15
(1) 周波数伝達関数	15
(2) ボード線図を描くのはコンピュータの仕事	15
3.4 時間応答は運動方程式を直接時間積分する (解析解は不要)	20
3.5 制御系の基本構造について	21
(1) システムの特性は極・零点配置によって決まる	21
(2) 伝達関数は基本要素の掛け算で表すことができる	21
(3) ブロック図の結合・等価変換はコンピュータの仕事	22
3.6 (演習) 伝達関数による制御系解析	27
【演習 3.6-1】 1 質点ばね振動系	27
【演習 3.6-2】 サーボアクチュエータ	30

目 次

【演習 3.6-3】 容器からの流出	32
【演習 3.6-4】 管路からの流出	36
【演習 3.6-5】 てこの力による 1 質点ばね振動系	40
【演習 3.6-6】 R (2 個), C (1 個) の電気回路	43
【演習 3.6-7】 R (2 個), C (2 個) の電気回路	45
【演習 3.6-8】 DC (直流) サーボモータ	48
【演習 3.6-9】 炉内の水を熱した場合の温度変化	52
第 4 章 状態方程式	57
4.1 1 階の連立微分方程式を状態方程式で表す	57
4.2 状態方程式による制御系解析	59
(1) 2 階以上の微分方程式を状態方程式で表す	59
(2) 多入力系の伝達関数	60
4.3 (演習) 状態方程式による制御対象表現	61
【演習 4.3-1】 連結容器の管路からの流出	61
【演習 4.3-2】 2 質点ばね振動系	66
【演習 4.3-3】 自動車のサスペンション	69
【演習 4.3-4】 振動台車と単振り子の連成	74
【演習 4.3-5】 不釣り合い質量を持つモータ	79
【演習 4.3-6】 3 質点ばね振動系	82
【演習 4.3-7】 周波数の変化する外力による振動	87
【演習 4.3-8】 R (2 個), C (2 個), L (1 個) の電気回路	89
【演習 4.3-9】 飛行機の縦系の運動	94
【演習 4.3-10】 自動車のハンドル操作時の運動	98
【演習 4.3-11】 船の水平面内の操舵による運動	103
第 5 章 線形フィードバック制御	109
5.1 フィードバック制御は必ず不安定になる	109
(1) フィードバック制御系の伝達関数	109
(2) 極・零点と根軌跡は安全設計の基本中の基本	111
(3) ゲイン余裕と位相余裕の設計基準値の設定は重要	114

5.2 フィードバック制御系設計法	117
5.2.1 従来の設計法	117
(1) 安定判別法	117
(2) 直列補償による性能改善	119
1) 位相遅れ補償	120
2) 位相進み補償	123
(3) 定常偏差について	125
1) 定常位置偏差	125
2) 定常速度偏差	126
3) 定常加速度偏差	127
5.2.2 現代制御理論による設計法	128
(1) 最適レギュレータ (LQR)	128
1) 最適レギュレータの設計法	129
2) 最適レギュレータによる設計例	131
(2) 積分型最適制御 (LQI)	137
1) 積分型最適制御の設計法	137
2) 積分型最適制御による設計例	138
(3) オブザーバ	140
1) オブザーバの設計法	140
2) オブザーバを用いた設計例	143
3) オブザーバはシステム変動に弱いので注意	147
5.2.3 モンテカルロ法によるゲイン最適化設計法	148
(1) 制御系の構成	149
(2) 最適ゲインの導出	149
(3) モンテカルロ法によるゲイン最適化設計法の特徴	151
(4) 現代制御理論とゲイン最適化法の比較	152
5.3 (演習) 制御対象が伝達関数のフィードバック制御	153
【演習 5.3-1】 1 質点ばね振動系の制御 (1)	153
【演習 5.3-2】 1 質点ばね振動系の制御 (2)	156
5.4 (演習) 制御対象が状態方程式のフィードバック制御	165
【演習 5.4-1】 2 質点ばね振動系の制御	165
【演習 5.4-2】 自動車のサスペンション制御	168

目 次

【演習 5.4-3】 振動台車と単振り子の連成問題の制御	172
【演習 5.4-4】 3 質点ばね振動系の制御	177
【演習 5.4-5】 自動車の横風時のドライバーによる走行制御	180
【演習 5.4-6】 船のオートパイロット制御	185
付録 解析ツールについて (参考)	189
参考文献	191
索 引	196

第1章 制御とはどういうものなのか

以前筆者が大学で制御工学を教えていたとき，“制御”というとなんと難しいと考えている学生が多かった。恐らく，制御系の解析方法を理解する過程で難しいと敬遠してしまうのではないかと考えられる。一方，制御は万能で何でもできると考えているエンジニアも多く見受けられる。これは，制御設計の結果，特性が非常に良好になるとの論文などを見て制御は魔法のように何でもできると誤解してしまうことが考えられる。そこで本章では，制御とはどういうものなのかを少し掘り下げて考えてみる。

1.1 運動を止める力は一種のフィードバック

システムの特性を理解するために，具体的に図 1.1-1 に示すシステムを考えてみよう。

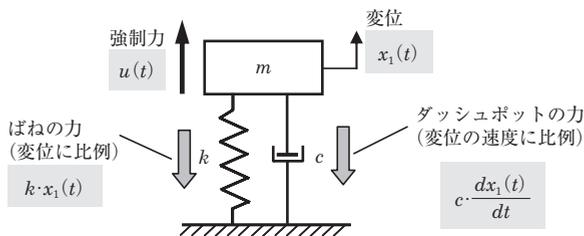


図 1.1-1 ばねとダッシュポット系

図 1.1-1 から，このシステムの運動方程式は次のように表される。

$$m \cdot \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} = -k \cdot x_1(t) - c \cdot \frac{dx_1(t)}{dt} + u(t) \quad (1.1-1)$$

ここで， m は質量， k はばね定数， c は速度に比例した力の係数， x_1 は質量の変位， u は質量に働く強制力である。(1.1-1) 式から，変位に比例した力および変位の

速度に比例した力は、質量 m の動きを止める力となっており、一種のフィードバックとなっていることがわかる。

(1.1-1) 式は2階（2回微分したもの）の微分方程式であるので、これを1階の微分方程式に変形すると

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{k}{m}x_1(t) - \frac{c}{m}x_2(t) + \frac{1}{m}u(t) \end{cases} \quad (1.1-2)$$

この式は、行列方程式で表すと次のようである。

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u(t) \quad (1.1-3)$$

ここで、

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad \frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} \quad (1.1-4)$$

とおくと、(1.1-3) 式は次のように表される。

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_p x(t) + B_2 u(t) \quad (1.1-5)$$

ただし、

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \quad (1.1-6)$$

(1.1-5) 式をブロック図で表すと、図 1.1-2 のように運動方程式は一種のフィードバック制御系と考えることができる。

1.1 運動を止める力是一種のフィードバック

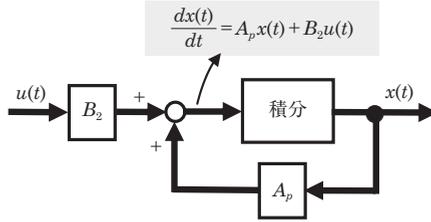


図 1.1-2 運動方程式は一種のフィードバック制御系

いま、図 1.1-1 のばねとダッシュポット系のデータを

$$m = 1 \text{ (kg)}, \quad k = 1 \text{ (N/m)}, \quad c = 1 \text{ (N}\cdot\text{s/m)} \quad (1.1-7)$$

とすると、(1.1-6) 式は次のようになる。

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.1-8)$$

ここで、強制力 $u(t)$ を 10 秒間 1.0 とし、次の 10 秒間を 0 とすると、応答 $x(t)$ は図 1.1-3 のようになる。

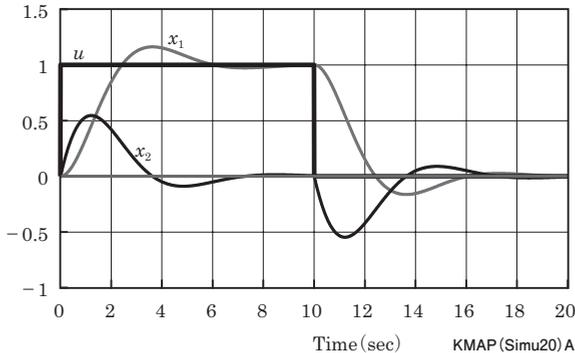


図 1.1-3 ばねとダッシュポット系 (固有値が複素数)
(EIGE. ばねとダッシュポット系 1.Y181102.DAT)

次に、(1.1-5) 式のシステムの固有値を求める。固有値とは、システムの固有の特性を表すもので特性根または極といわれる。固有値は行列に対して次式で求められる。

索引

【あ行】

圧力ヘッド	32
安定性	119
安定性設計基準	116
安定余裕	114
位相	15
位相遅れ	119
位相交点	115
位相進み	119
位相進み補償	159
位相余裕	115
位置エネルギー	74
1次遅れ形	22, 30
1質点ばね振動系	27
一巡伝達関数	110
位置ヘッド	32
インダクタンス	48
インデシャル応答	20
運動エネルギー	74
H ∞ 制御	152
エルロン	131
エレベータ舵角	94
エンジン推力	94
オイラーの公式	7
オイラーの方程式	130
オープンループ伝達関数	110
オームの法則	43

オブザーバ	129, 140
重み係数	150
折れ線近似	17

【か行】

回転座標形	94
開ループ伝達関数	110
角条件	113
慣性モーメント	49
管摩擦係数	36
管路入り口損失係数	36
機体3面図	96
機体質量	95
逆起電力	48
逆起電力定数	49
共振周波数	17
共振値	17
極	3, 12
極形式	7
極・零点の次数差	111
極・零点配置	12, 21
極配置法	142
虚数部	7
キルヒホッフの法則	43
空気力	94
クローズドループ伝達関数	110
迎角	94

ゲイン	15	システム状態行列	58, 129
ゲイン交点	115	実数部	7
ゲイン交点周波数	119, 160	時定数	30
ゲイン最適化法	148	周期	14
ゲイン余裕	115	重根	4
減衰固有角振動数	14	収縮係数	33
減衰比	14, 28	周波数応答関数	15
現代制御理論	57, 128	周波数伝達関数	15
航空機のラダー制御系	143	周波数特性	15
抗力	94	出力行列	129
抗力係数	95	主翼面積	94
コーナリングパワー	100	状態観測器	129
コーナリングフォース	99	状態変数ベクトル	58, 129
固有角振動数	14, 28, 67	状態方程式	57
固有値	3	振動数方程式	67
根軌跡	111	スウェイ速度	103
根軌跡の漸近線	114	数式の消去法	25
根軌跡用ゲイン	153	スカイフックダンパ	168
コンデンサ	43	ステップ応答の定常値	162
【さ行】			
サージ速度	103	制御系の基本構造	21
サーボアクチュエータ	30	制御則	149
最終値の定理	162	制御入力行列	129
最小次元オブザーバ	140, 142	制御入力ベクトル	58, 129
最適レギュレータ	129	整定時間	20
サスペンション	69, 168	積分	22
散逸関数	75	積分型最適制御	137
3 質点ばね振動系	82	絶対値	7
時間応答	20	絶対値条件	113
時間遅れ	135	零点	12
時間関数	88	線形行列不等式 LMI	152
		線形フィードバック制御系	110
		全ヘッド	32

前輪タイヤの舵角 99
 走行制御 180
 速応性 119
 速度ヘッド 32
 損失ヘッド 36

【た行】

代数形行列リカッチ方程式 131
 立ち上がり時間 20
 ダッシュポット 3
 単位行列 60
 単位ステップ応答 20
 単振り子 74
 遅延時間 20
 長周期モード 96
 直列補償 119
 DC サーボモータ 48
 抵抗 43
 定常位置偏差 125
 定常位置偏差定数 125
 定常加速度偏差 127
 定常加速度偏差定数 128
 定常性 119
 定常速度偏差 126
 定常速度偏差定数 127
 定常偏差 162
 伝達関数 9, 10
 伝達関数行列 60
 伝達関数の基本要素 22
 特性根 3, 12
 特性方程式 12
 トルク定数 49

【な行】

ナイキスト線図 114
 ナイキストの安定判別法 114
 2次遅れ形 22, 28
 2次形式評価関数 129
 2質点ばね振動系 66
 ニュートンの運動方程式 27
 ニュートンの冷却法則 52
 入力行列 58
 2輪車モデル 98
 熱伝達率 52
 熱伝導方程式 52
 熱容量 52
 熱量 52
 粘性減衰 75
 粘性流体 36
 ノッチフィルタ 22, 47

【は行】

ハイパスフィルタ 22
 パデ近似 135
 バンド幅 17, 119
 非圧縮性 32
 ヒープ速度 103
 飛行機の縦系 94
 微小擾乱運動方程式 96
 ピッチ角制御 138
 ピッチングモーメント 95
 比熱 52
 フィードバック 2
 フィードバックゲイン 109
 フィードバック制御 6, 109

フィードフォワード	161
フィルタ	21
付加慣性モーメント	104
付加質量	104
複素極	14
複素数	7
不釣り合い質量	79
船の運動	103
船のオートパイロット	185
ブロック図の等価変換	23
プロパー	21
平均空力翼弦	95
閉ループ伝達関数	110
ベルヌーイの定理	32
偏角	7, 104
弁損失係数	36
変分法	130
ボード線図	16, 115
ポテンシャルエネルギー	75

【ま行】

見掛慣性モーメント	104
見掛質量	104
モンテカルロ法	148

【や行】

行き過ぎ時間	20
行き過ぎ量	20
揚力	94
揚力係数	95
ヨー角速度	99, 131
横滑り角	99, 131

横流れ外乱	105
横流れ角	103

【ら行】

ラウス数列	13
ラウスの安定判別法	13
ラグランジュの方程式	74
ラグランジュの未定乗数ベクトル	130
ラダー	131
ラプラス逆変換	11
ラプラス変換	7, 8
乱数	149
リードラグ	160
リードラグフィルタ	22, 44
リカッチ方程式	131
連続の式	37
ロール角	131
ロール角速度	131

[著者略歴]

片柳 亮二 (かたやなぎ・りょうじ)

東京大博士 (工学)

1946年 群馬県生まれ

1970年 早稲田大学理工学部機械工学科卒業

1972年 東京大学大学院工学系研究科修士課程 (航空工学) 修了
同年, 三菱重工業 (株) 名古屋航空機製作所に入社
T-2CCV 機, QF-104 無人機, F-2 機等の飛行制御系開発に従事
同社プロジェクト主幹を経て

2003年 金沢工業大学航空システム工学科教授

2016年～ 金沢工業大学客員教授

著 書 『航空機の運動解析プログラム KMAP』 産業図書, 2007

『航空機の飛行力学と制御』 森北出版, 2007

『KMAP による制御工学演習』 産業図書, 2008

『飛行機設計入門—飛行機はどのように設計するのか』 日刊工業新聞社, 2009

『KMAP による飛行機設計演習』 産業図書, 2009

『KMAP による工学解析入門』 産業図書, 2011

『航空機の飛行制御の実際—機械式からフライ・バイ・ワイヤへ』 森北出版, 2011

『初学者のための KMAP 入門』 産業図書, 2012

『飛行機設計入門 2 (安定飛行理論)—飛行機を安定に飛ばすコツ』

日刊工業新聞社, 2012

『飛行機設計入門 3 (旅客機の形と性能)—どのような機体が開発されてきたのか』

日刊工業新聞社, 2012.

『機械システム制御の実際—航空機, ロボット, 工作機械, 自動車, 船および水中ビークル』 産業図書, 2013

『例題で学ぶ航空制御工学』 技報堂出版, 2014

『例題で学ぶ航空工学—旅客機, 無人飛行機, 模型飛行機, 人力飛行機, 鳥の飛行』

成山堂書店, 2014

『設計法を学ぶ 飛行機の安定性と操縦性』 成山堂書店, 2015

『飛行機の翼理論』 成山堂書店, 2016

『KMAP ゲイン最適化による多目的制御設計—なぜこんなに簡単に設計できるのか』 産業図書, 2018

『簡単に解ける非線形最適制御問題』 技報堂出版, 2019

コンピュータ時代の実用制御工学

定価はカバーに表示してあります。

2020年1月10日 1版1刷発行

ISBN978-4-7655-3270-9 C3053

著 者 片 柳 亮 二

発 行 者 長 滋 彦

発 行 所 技報堂出版株式会社

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町1-2-5
電 話 営 業 (03) (5217) 0885

F A X 編 集 (03) (5217) 0881
振替口座 (03) (5217) 0886

00140-4-10
<http://gihodobooks.jp/>

日本書籍出版協会会員
自然科学書協会会員
土木・建築書協会会員

Printed in Japan

© Ryoji Katayanagi, 2020

装幀 浜田見一

印刷・製本 愛甲社

落丁・乱丁はお取り替えいたします。

 〈出版者著作権管理機構 委託出版物〉

本書の無断複写は著作権法上での例外を除き禁じられています。複写される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話：03-3513-6969、FAX：03-3513-6979、e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。